

Nombre alumno (a):

• **OA8**

**Proporciones Directas**

Dos cantidades a y b son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye el mismo número de veces.

Ejemplo: “Si un granjero cosecha 65 kilos de manzanas en 4 horas ¿Cuántos kilos de manzana cosecharía en 8 horas?”

Entonces diremos que si por cada 65 kilos demora 4 horas, cuántos kilos cosechará en 8 horas. Lo podemos escribir de estas dos maneras:

kilos	65	x
horas	4	8

$$\circ \frac{65}{4} = \frac{X}{8}$$

Y podemos resolver utilizando la regla de 3:

$$65 \text{ por } 8 \text{ dividido por } 4 = 130$$

$$X = 130$$

Las **proporciones directas** son pares de números donde el cociente (resultado de la división) del par de números siempre es constante

Ejemplo:

$$600 : 5 = 120 = 2400 : 20 ; \quad \frac{600}{5} = 120 = \frac{2400}{20} ;$$

Es decir:

$$\frac{x}{y} = k ; k \text{ constante de proporcionalidad}$$

1. Dadas las siguientes proporciones directas, completa las tablas.

Cantidad	Precio (\$)
9	1080
1	
10	

Tiempo (h)	Sueldo (\$)
5	11500
1	
38	

Bencina (l)	Ruta (km)
12	144
1	
7	

Longitud (m)	Precio (\$)
25	2250
1	
134	

Peso (kg)	Precio (\$)
12	960
1	
7	

Camino (km)	Tiempo (min)
100	50
1	
73	

2. Resuelve cada situación.

Por una carta hay que pagar \$210. ¿Cuánto cuestan 5, 8, 12 y 20 cartas?

---

Una verdulería ofrece pepinos a \$490 c/u. ¿Cuánto cuestan 3?

---

Tres barras de chocolate cuestan \$690. ¿Cuánto cuestan 6, 9 y 12 barras?

---

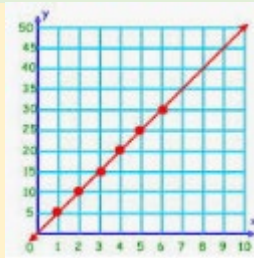
Durante una lluvia muchas bodegas de una calle de Valparaíso se inundaron. Para vaciar los sótanos se usan unas bombas, las cuales pueden bombear 2400 litros de agua en 3 horas. En la casa de la familia Castro usaron la bomba 2 horas, en el sótano de la familia Soto se demora 4 horas y en el de la familia Martínez bombea 1 hora y 30 minutos. ¿Cuánta agua se encontraba en cada caso en los sótanos de las familias?

Familia Castro \_\_\_\_\_

Familia Soto \_\_\_\_\_

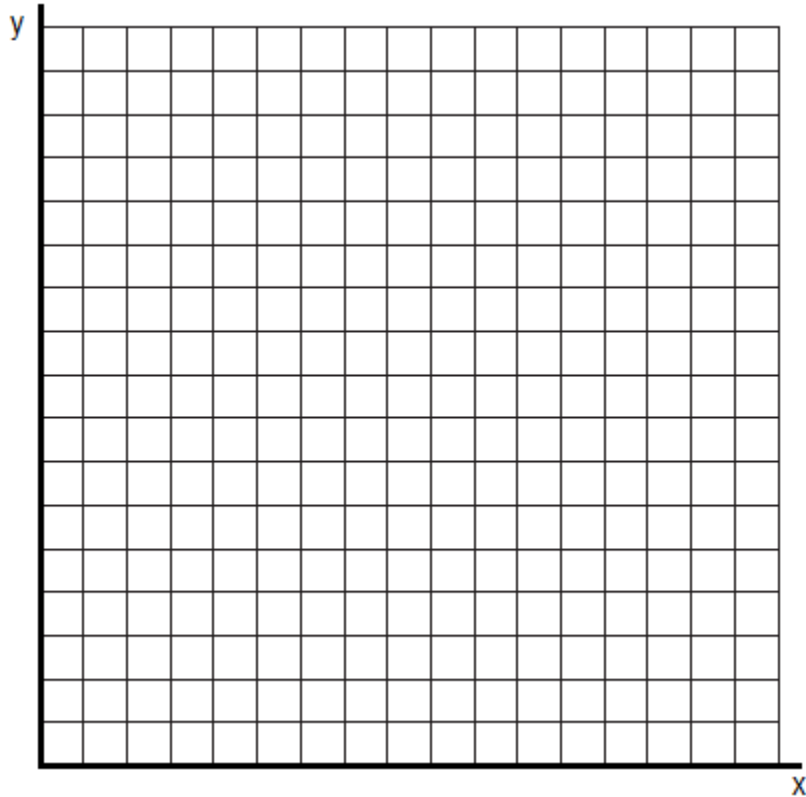
Familia Martínez \_\_\_\_\_

**El gráfico de una proporción directa siempre es una línea recta que pasa por el origen (0,0) del plano cartesiano**



3. Observa la tabla y completa el gráfico.

X	Y
3	6
5	10
2	4
8	16
6	12



### Proporciones Inversas

Dos cantidades a y b son inversamente proporcionales si una de las variables aumenta (a), la otra disminuye (b); y si una de las variables disminuye, la otra variable aumenta.

Ejemplo: “Para excavar se ocuparon tres máquinas iguales trabajando 160 horas cada una. ¿Cuánto tiempo se hubieran tardado 10 máquinas?”

Entonces diremos que si 3 máquinas tardan 160 horas pero al usar más maquinas tardaran menos tiempo. Primero ordenamos los datos :

Máquinas	3	10
Horas	160	x

\*Esto NO podemos resolverlo con la regla de 3 como la conocemos, lo primero es multiplicar los datos originales o que tenemos completos en la situación, en este caso las máquinas y las horas que tardaron y luego dividiremos por el nuevo dato a investigar, en este caso las 10 máquinas. Es decir:a

$$3 \text{ por } 160 \text{ dividido por } 10 = 48$$

$$X = 48$$

Las **proporciones inversas** son pares de números donde el producto (resultado de la multiplicación) del par siempre es constante.

Ejemplo:

$$240 \cdot 2 = 480 = 24 \cdot 20$$

Es decir:

$$x \cdot y = k ; k \text{ constante de proporcionalidad.}$$

4. Resuelve cada situación.

Para la excavación de un estanque una excavadora necesita 20 horas. ¿Cuántas horas necesitarán 2 excavadoras?

---

En el centro escolar San Pedro se excava un estanque. Para transportar el material extraído, 4 camiones necesitarán exactamente 2 días. El transportista dispone sólo de 2 camiones. ¿Cuánto tiempo necesitaran para el trabajo?

---

Una cantidad de papas dura en una casa de 2 personas 6 semanas. ¿Cuánto tiempo durará la misma reserva en un hogar de 4 personas?

---

En obras viales se utilizan 6 motoniveladoras. El trabajo necesario se puede hacer por ellas en 24 días. ¿Cuánto tardarían 2, 4, 8, y 10 motoniveladoras para realizar el mismo trabajo?

---

---

---

---

El techo de una casa familiar debe ser renovado. La empresa espera que este trabajo se pueda hacer por 4 trabajadores en 3 días. ¿Cuánto tiempo necesitarían dos trabajadores para renovar el techo?

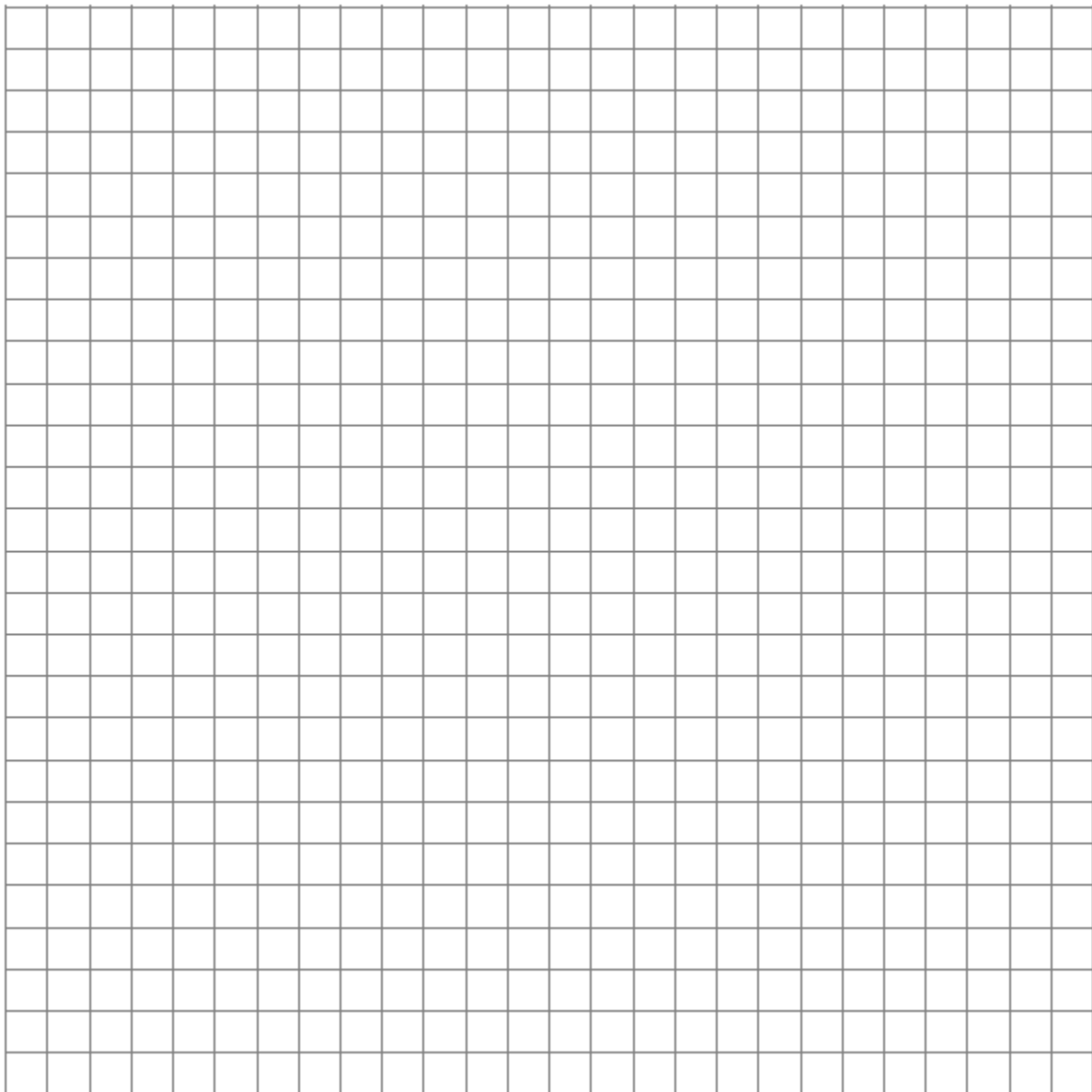
---

**El gráfico de una proporción inversa siempre es una parte de la curva llamada hipérbola que es simétrica con respecto a la bisectriz de los ejes del plano cartesiano.**



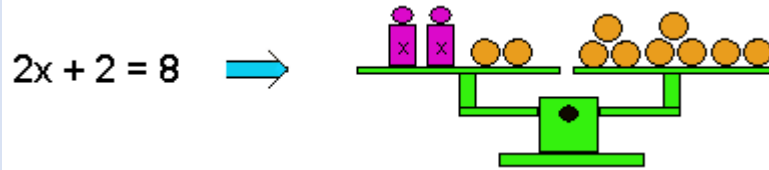
5. Completa la tabla y realiza un gráfico con los datos.

Tiempo que se tarda en construir un edificio en función del número de obreros que trabajen	
Obreros (x)	Días (y)
10	336
20	
30	
40	

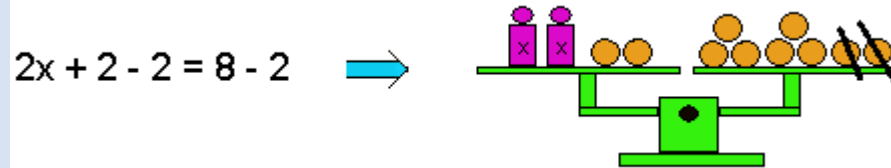


- OA9

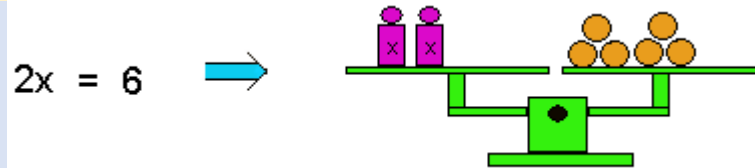
Las ecuaciones las podemos representar como una balanza en equilibrio, por ejemplo:



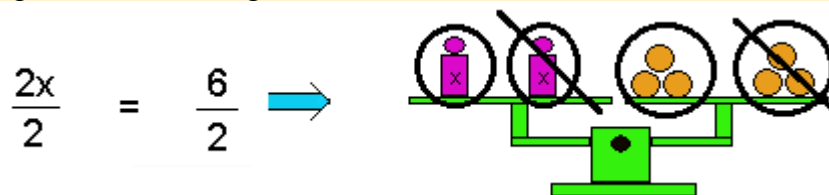
El objetivo es despejar la incógnita (dejar solita la x) para esto debemos mantener la igualdad, que nuestra balanza mantenga el equilibrio. Miremos quien acompaña a las incógnitas, si sacamos dos pelotitas al lado izquierdo, también lo debemos hacer al lado derecho para mantener el equilibrio.



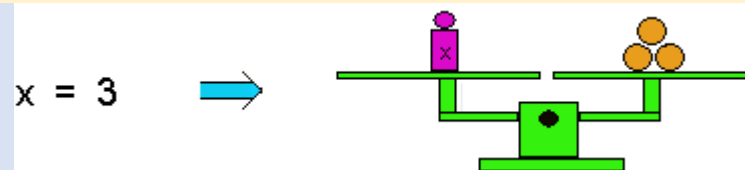
Quedando como resultado:



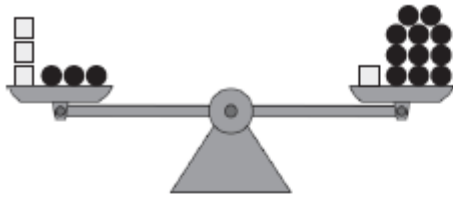
Ahora debemos dejar solo una x, como en este ejemplo tenemos 2x al dividirla en dos grupos nos quedará solo una. Pero al igual que en el paso anterior debemos dividir en ambos lados de la balanza para mantener la igualdad



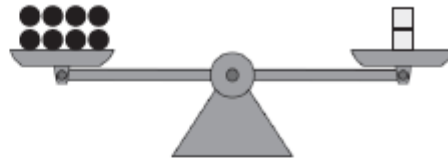
Por lo tanto el resultado final será:



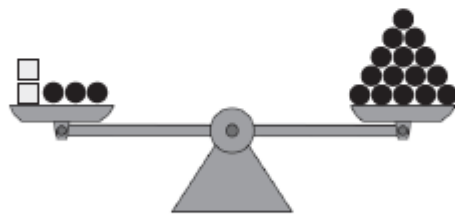
6. Observa las balanzas y resuelve.



$$3x + 3 = x + 11$$



$$8 = 2 \cdot x$$



$$2x + 3 = 15$$

7. Resuelve

$$9x + 4 = 31 + 6x$$

$$9 + 5x = 5 + 9x$$

$9x + 9 = 37 + 2x$	$9 + 6x = x + 54$
$8x + 2 = 7 + 7x$	$5 + 5x = 37 + x$
$8x + 6 = 5 + 9x$	$4 + 4x = 12 + 3x$

Una **inecuación** es una operación matemática donde a diferencia de la ecuación, en vez de igualar a un valor dado, se le da un rango, es decir; mayor que ( $>$ ), menor que ( $<$ ), mayor igual que ( $\geq$ ), menor igual que ( $\leq$ ), donde al determinar la variable dada, esta variable tiene que satisfacer la inecuación. También puede ser representada con una balanza pero que no está equilibrada.

Por ejemplo:

$$6x \leq 18$$

Esto se lee, seis x es menor o igual a dieciocho

Para resolver utilizaremos los mismo pasos que en una ecuación.

$$\begin{aligned}
 6x &\leq 18 \quad / :6 \\
 \frac{6x}{6} &\leq \frac{18}{6} \\
 x &\leq 3
 \end{aligned}$$

Por lo tanto x tomará todos los valores menores o iguales a 3 y se escribe:

$$x = \{3, 2, 1, 0, -1, \dots\}$$



**Muy importante: Ley de inversión**

Al dividir o multiplicar con un número negativo debemos cambiar el sentido del símbolo.

$$\begin{aligned} -2x &> 4 \quad / : -2 \\ \frac{-2x}{-2} &> \frac{4}{-2} \\ X &< -2 \end{aligned}$$

8. Resuelve.

$4x < 24$	$2x < 10$	$3x < 93$
$3x > 51$	$5x > 65$	$3x \geq -12$

En caso de dudas no dudes en escribirme al correo:  
[matematica.academiamallico@gmail.com](mailto:matematica.academiamallico@gmail.com) indicando tú nombre y al curso que perteneces en el asunto.

Nombre alumno (a): **SOLUCIONES**

1. Dadas las siguientes proporciones directas, completa las tablas.

Cantidad	Precio (\$)		Tiempo (h)	Sueldo (\$)	
9	1080	$\frac{1080 \cdot 1}{9} = 120$	5	11500	$\frac{11500 \cdot 1}{5} = 2300$
1	120		1	2300	$\frac{2300 \cdot 38}{1} = 87400$
10	1200	$\frac{10 \cdot 120}{1} = 1200$	38	87400	

Bencina (l)	Ruta (km)		Longitud (m)	Precio (\$)	
12	144	$\frac{144 \cdot 1}{12} = 12$	25	2250	$\frac{2250 \cdot 1}{25} = 90$
1	12		1	90	$\frac{90 \cdot 134}{1} = 12060$
7	84	$\frac{12 \cdot 7}{1} = 84$	134	12060	

Peso (kg)	Precio (\$)		Camino (km)	Tiempo (min)	
12	960	$\frac{960 \cdot 1}{12} = 80$	100	50	$\frac{50 \cdot 1}{100} = 0.5$
1	80		1	0.5	$\frac{0.5 \cdot 73}{1} = 36.5$
7	560	$\frac{80 \cdot 7}{1} = 560$	73	36.5	

2. Resuelve cada situación.

Por una carta hay que pagar \$210. ¿Cuánto cuestan 5, 8, 12 y 20 cartas?

1050, 1680, 2520 y 4200

$$210 \cdot 5 = 1050 \quad 210 \cdot 8 = 1680 \quad 210 \cdot 12 = 2520 \quad 210 \cdot 20 = 4200$$

Una verdulería ofrece pepinos a \$490 c/u. ¿Cuánto cuestan 3?

1470

$$490 \cdot 3 = 1470$$

Tres barras de chocolate cuestan \$690. ¿Cuánto cuestan 6, 9 y 12 barras?

1380, 2070 y 2760

$$690 : 3 = 230, \text{ 1 barra cuesta } \$230.$$

$$230 \cdot 6 = 1380 \quad 230 \cdot 9 = 2070 \quad 230 \cdot 12 = 2760$$

Durante una lluvia muchas bodegas de una calle de Valparaíso se inundaron. Para vaciar los sótanos se usan unas bombas, las cuales pueden bombear 2400 litros de agua en 3 horas. En la casa de la familia Castro usaron la bomba 2 horas, en el sótano de la familia Soto se demora 4 horas y en el de la familia Martínez bombea 1 hora y 30 minutos. ¿Cuánta agua se encontraba en cada caso en los sótanos de las familias?

Familia Castro 1600 litros

Familia Soto 3200 litros

Familia Martínez 1200 litros

$2400 : 3 = 800$  , la maquina por cada hora bombea 800 litros.

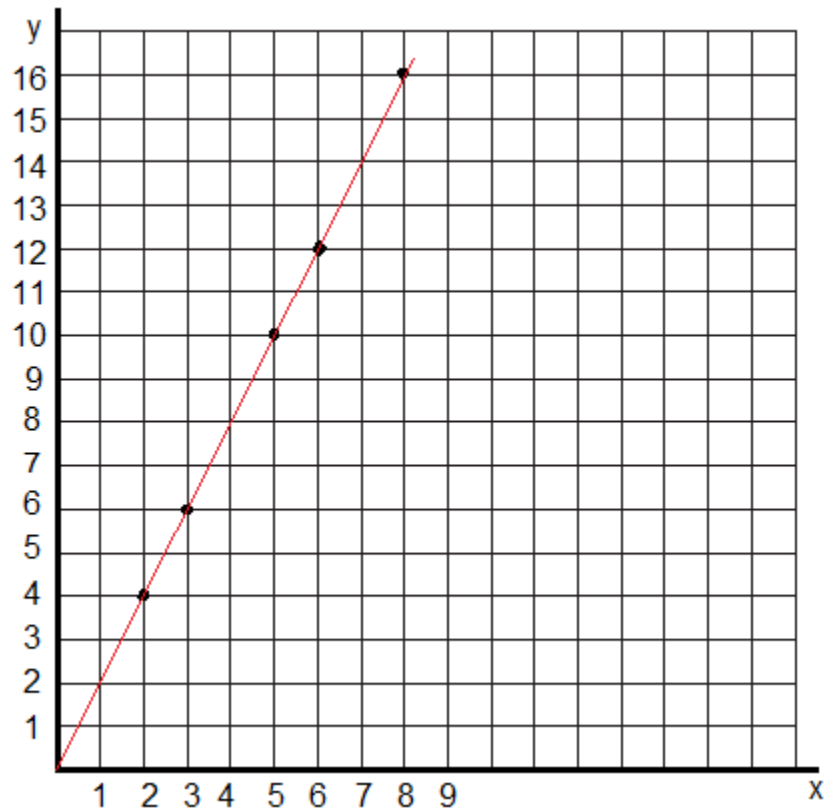
$$800 \cdot 2 = 1600$$

$$800 \cdot 4 = 3200$$

$$800 \cdot 1,5 = 1200$$

3. Observa la tabla y completa el gráfico.

X	Y
3	6
5	10
2	4
8	16
6	12



4. Resuelve cada situación.

Para la excavación de un estanque una excavadora necesita 20 horas. ¿Cuántas horas necesitarán 2 excavadoras?

2 excavadoras necesitan 10 horas

$$\frac{1 \cdot 20}{2} = 10$$

En el centro escolar San Pedro se excava un estanque. Para transportar el material extraído, 4 camiones necesitarán exactamente 2 días. El transportista dispone sólo de 2 camiones. ¿Cuánto tiempo necesitaran para el trabajo?

Necesitaran 4 días para el trabajo

$$\frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

Una cantidad de papas dura en una casa de 2 personas 6 semanas. ¿Cuánto tiempo durará la misma reserva en un hogar de 4 personas?

La misma reserva durará 3 semanas

$$\frac{2 \cdot 6}{4} = 3$$

En obras viales se utilizan 6 motoniveladoras. El trabajo necesario se puede hacer por ellas en 24 días. ¿Cuánto tardarían 2, 4, 8, y 10 motoniveladoras para realizar el mismo trabajo?

2 motoniveladoras tardan 72 días

$$\frac{6 \cdot 24}{2} = 72$$

4 motoniveladoras tardan 36 días

$$\frac{6 \cdot 24}{4} = 36$$

8 motoniveladoras tardan 18 días

$$\frac{6 \cdot 24}{8} = 18$$

10 motoniveladoras tardan 14,4 días

$$\frac{6 \cdot 24}{10} = 14,4$$

El techo de una casa familiar debe ser renovado. La empresa espera que este trabajo se pueda hacer por 4 trabajadores en 3 días. ¿Cuánto tiempo necesitarían dos trabajadores para renovar el techo?

6 días

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

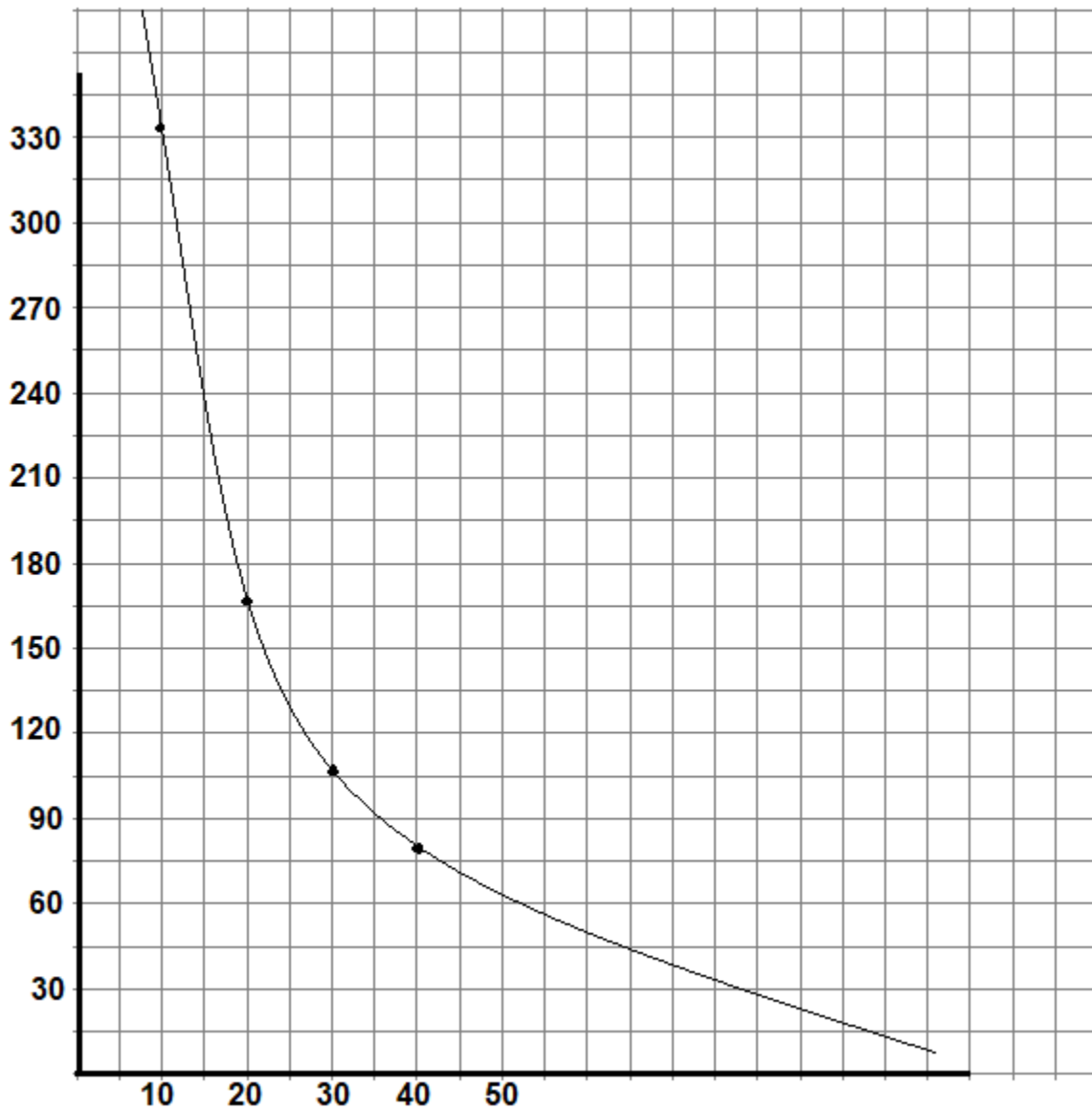
5. Completa la tabla y realiza un gráfico con los datos.

Tiempo que se tarda en construir un edificio en función del número de obreros que trabajen	
Obreros (x)	Días (y)
10	336
20	168
30	112
40	84

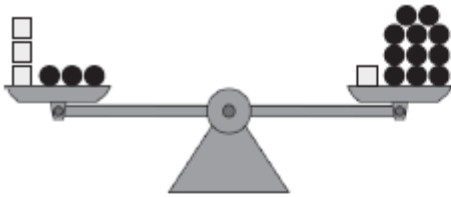
$$\frac{10 \cdot 336}{20} = 168$$

$$\frac{10 \cdot 336}{30} = 112$$

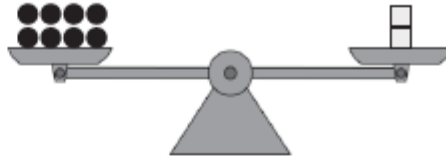
$$\frac{10 \cdot 336}{40} = 84$$



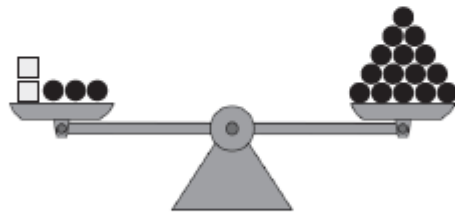
6. Observa las balanzas y resuelve.



$$\begin{aligned}3x + 3 &= x + 11 \quad / -x \\3x + 3 - x &= x + 11 - x \\2x + 3 &= 11 \quad / -3 \\2x + 3 - 3 &= 11 - 3 \\2x &= 8 \quad / :2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{8}{2} \\ \boxed{x = 4}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}8 &= 2 \cdot x \quad / :2 \\ \frac{8}{2} &= \frac{2x}{2} \\ \boxed{4 = x}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}2x + 3 &= 15 \quad / -3 \\2x + 3 - 3 &= 15 - 3 \\2x &= 12 \quad / :2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{12}{2} \\ \boxed{x = 6}\end{aligned}$$

## 7. Resuelve

$9x + 4 = 31 + 6x$ $9x - 6x = 31 - 4$ $3x = 27 \quad / : 3$ $\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$ $x = 9$	$9 + 5x = 5 + 9x$ $9 - 5 = 9x - 5x$ $4 = 4x \quad / : 4$ $\frac{4}{4} = \frac{4x}{4}$ $1 = x$
$9x + 9 = 37 + 2x$ $9x - 2x = 37 - 9$ $7x = 28 \quad / : 7$ $\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$ $x = 4$	$9 + 6x = x + 54$ $6x - x = 54 - 9$ $5x = 45 \quad / : 5$ $\frac{5x}{5} = \frac{45}{5}$ $x = 9$
$8x + 2 = 7 + 7x$ $8x - 7x = 7 - 2$ $x = 5$	$5 + 5x = 37 + x$ $5x - x = 37 - 5$ $4x = 32 \quad / : 4$ $\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$ $x = 8$
$8x + 6 = 5 + 9x$ $6 - 5 = 9x - 8x$ $1 = x$	$4 + 4x = 12 + 3x$ $4x - 3x = 12 - 4$ $x = 8$

## 8. Resuelve

$4x < 24 \quad / : 4$ $\frac{4x}{4} < \frac{24}{4}$ $x < 6$ $x = \{5, 4, 3, \dots\}$	$2x < 10 \quad / : 2$ $\frac{2x}{2} < \frac{10}{2}$ $x < 5$ $x = \{4, 3, 2, \dots\}$	$3x < 93 \quad / : 3$ $\frac{3x}{3} < \frac{93}{3}$ $x < 31$ $x = \{30, 29, 28, \dots\}$
$3x > 51 \quad / : 3$ $\frac{3x}{3} > \frac{51}{3}$ $x > 17$ $x = \{18, 19, 20, \dots\}$	$5x > 65 \quad / : 5$ $\frac{5x}{5} > \frac{65}{5}$ $x > 13$ $x = \{14, 15, 16, \dots\}$	$3x \geq -12 \quad / : 3$ $\frac{3x}{3} \geq \frac{-12}{3}$ $x \geq -4$ $x = \{-4, -3, -2, \dots\}$